

Betingede sandheder

En anden og også relativ ukonventionel tilgang til at udvide gængs logisk tænkning med en moderne probabilistisk variant kan man finde i den bayesianske sandsynlighedsteori (efter Thomas Bayes, 1702-61). Her en kort introduktion: når man har nok information om et bestemt problem, kan man som regel bruge almindelig deduktion og udlede sine resultater ud fra nogle generelle sammenhænge og love. Men meget ofte mangler man tilstrækkelig information, og så kræver det snarere en slags induktiv tænkning, der med fordel kan benytte sig af bayesianske følgeslutninger. De bruger ligesom fuzzy logic slørede gråzoner mellem ja og nej, dog via en fundamentalt anden tilgang. En bayesiansk følgeslutning starter med nogle plausibilitetsovervejelser, dvs. et godt gæt, hvorefter sandsynlighedsvægtene justeres, alt efter hvilken yderligere information man får ud af systemet efterhånden. Den arbejder sig med andre ord iterativt tættere og tættere ind på den mest sandsynlige forklaring ud fra givne data.

Forestil dig, at du skal købe to julegaver for at glæde din kollegas to børn. Mens du leder efter nogle gode ting i legetøjsbutikken, kommer du i tanke om, at du ikke kan huske, om de to børn begge er drenge, eller om de er en dreng og en pige. En pinlig situation. Spørgsmålet er derfor: vil du købe to drengegaver eller vil du købe en drenge- og en pigegave?

Hvad er sandsynlighederne for at ramme rigtigt? Selv matematisk trænede mennesker har ofte problemer med svaret. Måske tænker man, at fødslen af børn er statistisk uafhængige hændelser, og at det derfor er ligegyldigt at vide, om det ene barn er en dreng, dvs. at sandsynligheden for at få en dreng til er (mere eller mindre) 50 procent og dermed basta. Men det er forkert. Spørgsmålet var betinget af, at der var to børn, og at det ene var en dreng. For at finde det rigtige svar må man adskille sin viden om apriori sandsynligheder (et plausibelt gæt om at en dreng bliver født ca. hver anden gang) med de betingede sandsynligheder, der er situations- og vidensafhængige. For at følge ræsonnementet skal man spørge sig selv om følgende ting: 1) hvad er apriori sandsynligheden for, at et ægtepar med to børn har to drenge? Svar: 0,25 eller 25 procent. 2) Hvad er sandsynligheden for, at ét af dem er en dreng? Svar: 0,75 eller 75 procent, fordi de fire muligheder er dreng-dreng, dreng-pige, pige-dreng og pige-pige (idet vi ikke ved, hvem af børnene er en dreng, og hvem en pige, er dreng-pige og pige-dreng to forskellige situationer). For at få det rigtige svar på det oprindelige spørgsmål



Der er mange eksempler på øjensynlige paradokser, som kun trænede eksperter kan gennemskue. Blandt de mere berømte er det såkaldte Monty Hall-problem. Navnet stammer fra det amerikanske quiz-show *Let's make a deal* fra midten af 1960'erne, hvor studieværten Monty Hall stiller deltageren over for følgende afsluttende problem: bag én af tre døre står der en Cadillac, fri til afhentning, mens der bag de to andre står en sur ged. Udfordringen er så at vælge den rigtige dør og vinde Cadillacen. Efter at deltageren har gættet på f.eks. dør nummer ét, åbner Monty Hall en af de andre to døre. Han sørger altid for at åbne for en ged – og derefter spørger han: "Vil du vælge om?" Ja, ville du vælge om? Du har endnu ikke set indholdet af din først valgte dør. Det må være klart, at du oprindeligt havde en tredjedel chance for at vinde bilen, og at den nu er steget (til 50 procent?), idet Monty Hall har udelukket en af dørene. Men skulle det hjælpe at vælge den anden dør nu? Svaret er, at det er en rigtig god ide at vælge om. Faktisk øges sandsynligheden til det dobbelte, og for at finde svaret (at man nu har $2/3$ sandsynlighed for at vinde Cadillacen) må man ræsonnere på en lignende måde som i eksemplet med drenge- og pigegaven · Hatos-Hall Productions, Los Angeles.

må man derfor dividere $0,25$ med $0,75$, hvilket giver $0,333\dots$ Man skal altså (statistisk set) købe en drengegave og en pigegave.

Det var oprindeligt den engelske præst Thomas Bayes, der i midten af 1700-tallet formulerede de sandsynlighedsteoretiske rammer og teoremer til grund for den slags analyser. Men til trods for flere hundrede års kendskab til dem, er betingede sandsynligheder stadig notorisk svære at kapere og basis for mange diskussioner. Den bayesianske sandsynlighedsteori er blevet videreudviklet af folk som bl.a. de to amerikanske statistikere Richard T. Cox (1898-1991) og Edwin T. Jaynes (1922-98) mellem 1970 og 2000 og har haft en stor afklarende virkning for en lang række moderne fortolkninger af fysiske og matematiske teorier om verden, hvor observatørens manglende viden spiller en rolle.

Jaynes formåede f.eks. at skabe en direkte

fysisk forbindelse mellem Shannons information og sandsynlighedsteoretiske problemer. Hvis Shannon-entropien angiver den mængde af viden, som vi har om et givent sæt data, så kan den også tolkes omvendt, nemlig som den viden, der “skævvrider” vores totale uvidenhed. Det kan lyde skørt, men kan bruges til at luge ud i de ofte hjemmelavede sandsynlighedsfordelinger over fysiske processer, hvor forskeren har svært ved at adskille viden og uvidenhed. Denne fremgangsmåde, som er blevet kaldt princippet om maksimal entropi, er siden blevet brugt med stor effekt inden for fysisk modellering og også inden for kvantemekanikken.

Denne og andre bayesianske fortolkninger har bidraget væsentligt til at forstå adskillelsen mellem to meget forskellige beskrivelsesniveauer i naturvidenskabens moderne idehistorie: det ene (ontologiske) niveau handler om at beskrive, hvordan verden virker, ligesom Galilei, Newton og Einstein gjorde det med deres teorier. Det andet (epistemologiske) niveau handler om at beskrive, hvad vi kan vide om verden, ligesom Boltzmann, Bohr og Gödel gjorde med deres teorier. De har brug for hver deres metoder og begreber. Mens informations-tænkningen langsomt er ved at erstatte energitænkningen, er den klassiske logik langsomt ved at blive udvidet til en probabilistisk logik.

Dog er vores forståelse af konceptet “information” i dag sandsynligvis på samme niveau, som Galileis forståelse af temperatur var for 400 år siden, dvs. ret ringe. Vi kan tælle informationsmængder, måle transmissionskapaciteter og beregne sandsynligheder, men vi ved ikke, hvordan alt dette relaterer sig til et betydningsindhold, til dannelsen af mening. Der er blevet gjort en lang række betydningsfulde fremskridt i løbet af de sidste årtier, f.eks. ved brugen af et informationsbegreb, som den britiske biostatistiker Ronald Fisher (1890-1962) havde udviklet allerede i 1925, eller i den svenske ingeniør Jan Kåhres (f. 1940) teorem om “den aftagende informations lov” fra 2002. I dette teorem slår Kåhre fast, at der findes et fundamentalt asymmetrisk element i enhver informationsoverførsel, lidt ligesom i den kinesiske hviskeleg, hvor man sidder i en rundkreds og hvisker et budskab i øret på den næste, indtil man er nået hele vejen rundt. Legen viser, at den oprindelige information kan hviske sig vej til radikalt andre betydninger eller helt miste sin betydning. Kåhres arbejde er måske begyndelsen på en teori om informationens indholds betydning, hvilket er i stærk kontrast til Shannons klassiske teori, der tæller bits og måler transmissionskapaciteter.